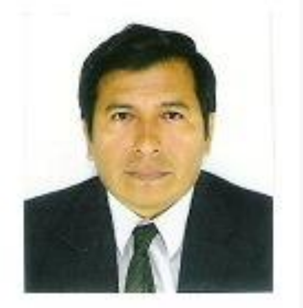

Profesor:
Fortunato Mendoza

PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

DIVISIBILIDAD

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD Y RESTOS POTENCIALES

DIVISIBILIDAD

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas que aplicadas a las cifras de un numeral, nos permite establecer entre qué módulos es divisible dicho numeral; en caso contrario nos permitirá calcular el residuo de manera directa.

1) Divisibilidad por 2^n o 5^n

Un número es divisible por 2^n o 5^n; sólo si el numeral formado por sus "n" últimas cifras es divisible por 2^n o 5^n respectivamente.

Sea : $N = \overline{abcde}$

• Por 2^1 :	Si $N = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \overset{\circ}{2}$
• Por 2^2 :	Si $N = \overset{\circ}{4} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{4}$
• Por 2^3 :	Si $N = \overset{\circ}{8} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{8}$
• Por 5^1 :	Si $N = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \overset{\circ}{5}$
• Por 5^2 :	Si $N = \overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{25}$
• Por 5^3 :	Si $N = \overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{125}$

DIVISIBILIDAD

2) Divisibilidad por 3 o 9

Un número es divisible por 3 o 9; sólo si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3 o 9 respectivamente.

Sea : $N = \overline{abcde}$

• Si $N = \overset{\circ}{3} \rightarrow a+b+c+d+e = \overset{\circ}{3}$
• Si $N = \overset{\circ}{9} \rightarrow a+b+c+d+e = \overset{\circ}{9}$

3)Divisibilidad por 11

Un numeral es divisible por 11; sólo si la suma de sus cifras de órdenes impares menos la suma de sus cifras de órdenes pares es un múltiplo de 11.

Sea : $N = \overline{\underset{+}{a}\,\underset{-}{b}\,\underset{+}{c}\,\underset{-}{d}\,\underset{+}{e}} \leftarrow$

Si $N = \overset{o}{11} \longrightarrow a - b + c - d + e = \overset{o}{11}$

4) Divisibilidad por 7

Sea : $N = \overline{a\,b\,c\,d\,e\,f}$

$-2\ -3\ -1\ 2\ 3\ 1 \leftarrow$

- Si $N = \overset{\circ}{7} \rightarrow (-2a - 3b - c + 2d + 3e + f) = \overset{\circ}{7}$

5) Divisibilidad por 13

Sea : $N = \overline{a\ b\ c\ d\ e\ f}$

$4\ \ 3\ \ -1\ \ -4\ -3\ \ 1 \leftarrow$

Si $N = \overset{\circ}{13} \longrightarrow 4a+3b-c-4d-3e+f=\overset{\circ}{13}$

6) Divisibilidad por 33 ó 99

Un número es divisible por 33 ó 99 sólo si la suma de sus bloques de dos cifras tomadas a partir del menor orden es múltiplo de 33 ó 99 respectivamente.

Sea : $N = \overline{\underbrace{a\,b}\,\underbrace{c\,d}\,\underbrace{e\,f}} \leftarrow$

- Si $N = \overset{\circ}{33} \rightarrow \overline{ef} + \overline{cd} + \overline{ab} = \overset{\circ}{33}$
- Si $N = \overset{\circ}{99} \rightarrow \overline{ef} + \overline{cd} + \overline{ab} = \overset{\circ}{99}$

CRITERIO GENERAL DE DIVISIBILIDAD

Sea $\overline{abcde}_k = \dot{m}$

Se cumple: $ak^4 + bk^3 + ck^2 + dk = \dot{m}$

Método Práctico

Ejemplo 1:

Si $\overline{a\ b\ c\ d\ e\ f} = \dot{7}$

$5\quad 4\quad 6\quad 2\quad 3\quad 1$

x10 x10 x10 x10 x10

Se cumple:

$5a + 4b + 6c + 2d + 3e + f = \dot{7}$

También:

$-2a - 3b - 1c + 2d + 3e + f = \dot{7}$

Ejemplo 2:

Si $\overline{a\ b\ c\ d\ e\ f}_{(9)} = \dot{7}$

$4\quad 2\quad 1\quad 4\quad 2\quad 1$

x9 x9 x9 x9 x9

Se cumple:

$4a + 2b + c + 4d + 2e + f = \dot{7}$

También:

$-3a + 2b + c - 3d + 2e + f = \dot{7}$

Casos particulares

a) Divisibilidad por “n-1” en base “n ”

$$\boxed{\overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{(n-1)} + a + b + c + d + e}$$

Ejemplo:

$$435_7 = \overset{o}{6} + 4 + 3 + 5 \longrightarrow 435_7 = \overset{o}{6}$$

b) Divisibilidad por “n+1” en base “n ”

$$\boxed{\overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{(n+1)} + a - b + c - d + e}$$

$+\ -\ +\ -\ + \longleftarrow$

Ejemplo:

$$2541_7 = \overset{o}{8} - 2 + 5 - 4 + 1 \longrightarrow 2541_7 = \overset{o}{8}$$

$-\ +\ -\ + \longleftarrow$

RESTOS POTENCIALES

Se llama restos potenciales de un entero “E” (diferente de cero) respecto a un módulo “m”, a los residuos que dejan la sucesión de potencias enteras y positivas de E al ser divididas entre el módulo ‘m’.

Así si tenemos las potencias: E^0; E^1; E^2; E^3; ....

Entonces:

$$E^0 = \overset{\circ}{m} + r_1;\ E^1 = \overset{\circ}{m} + r_2;\ E^2 = \overset{\circ}{m} + r_3;\ E^3 = \overset{\circ}{m} + r_4;\ \ldots..$$

Donde: $r_1; r_2; r_3;$ ………. ,son los restos potenciales de E respecto al módulo m

GAUSSIANO (G)

Se llama gaussiano de un entero E respecto a un módulo m a la cantidad de restos potenciales diferentes entre sí y diferentes de cero, que se repiten ordenada y periódicamente.

Ejemplo:

Calcular los resto potenciales de 16 respecto al modulo 9.

$$16^0 = \overset{\circ}{9}+1 \qquad 16^3 = \overset{\circ}{9}+1 \qquad 16^6 = \overset{\circ}{9}+1$$

$$16^1 = \overset{\circ}{9}+7 \qquad 16^4 = \overset{\circ}{9}+7 \qquad 16^7 = \overset{\circ}{9}+7$$

$$16^2 = \overset{\circ}{9}+4 \qquad 16^5 = \overset{\circ}{9}+4 \qquad 16^8 = \overset{\circ}{9}+4$$

Los restos potenciales son: 1, 7, 4

El gaussiano es: G = 3

Interpretación: Sea $16^k = \overset{\circ}{9}+r$

Se cumple:

$$r = 1 \leftrightarrow k = \overset{\circ}{3}$$

$$r = 7 \leftrightarrow k = \overset{\circ}{3}+1$$

$$r = 4 \leftrightarrow k = \overset{\circ}{3}+2$$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. El numeral de la forma $\overline{aa0bbc}$ al ser dividido entre 4, 9 y 25 deja como residuo 2, 4 y 7 respectivamente. Hallar "a"

A) 6 **B) 4** **C) 2**

D) 0 **E) 3**

Resolución

$$\overline{aa0bbc} = \begin{cases} \dot{4}+2 \longrightarrow \overline{bc} = \dot{4}+2 \\ \dot{9}+4 \\ \dot{25}+7 \longrightarrow \overline{bc} = \dot{25}+7 \end{cases}$$

Observación: $\overline{bc} = 82$

Reemplazando: $\overline{aa0882} = \dot{9}+4$

$$2a+18 = \dot{9}+4 \longrightarrow 2a = \dot{9}+4$$

$a = 2$

Clave: C

PROBLEMAS

2. Hallar un numero $\overline{abc}$ tal que, $\overline{abc} = \dot{9}$; $\overline{bac} = \dot{11}$ y $\overline{cab} = \dot{21}$. Dar como respuesta el resto que se obtiene al dividir $\overline{abc}$ entre 19.

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 5**

Resolución

$\overline{abc} = \dot{9} \longrightarrow \overline{cab} = \dot{9}$

$\overline{bac} = \dot{11} \longrightarrow \overline{cab} = \dot{11}$

$\overline{cab} = \dot{21} \longrightarrow \overline{cab} = \dot{21}$

Se cumple: $\overline{cab} = \overset{\bullet}{\overline{MCM(9;11;21)}}$

$\overline{cab} = \dot{693} \longrightarrow \overline{cab} = 693$

Luego: $\overline{abc} = 936 = \dot{19} + 5$

$\longrightarrow r = 5$

Clave: E

PROBLEMAS

3. Si el número N = $\overline{12X03Y}$ es múltiplo de $\overset{\circ}{33}$, entonces la suma de todos los valores de X es:

A) 15 **B) 16** **C) 17**

D) 18 **E) 19**

Resolución

$$\overline{12X03Y} = \overset{\circ}{33}$$

Se cumple: $12 + \overline{X0} + \overline{3y} = \overset{\circ}{33}$

$$12 + \overline{XY} + 30 = \overset{\circ}{33} \longrightarrow \overline{XY} + 42 = \overset{\circ}{33}$$

$\overline{\text{XY}}$ = 24 ; 57; 90

$x = 2\,;5\,;9 \longrightarrow \Sigma = 16$

Clave: B

PROBLEMAS

4. Calcular el residuo de dividir el siguiente numeral 321654321654…321654… que tiene 51 cifras, entre 7.

A) 1 **B) 2** **C) 3** **D) 4** **E) 5**

Resolución

$$\underbrace{321654321654\ldots\ldots}_{51\text{ cfs}} = \dot{7} + r$$

Como se repite 321654

Obs: $51 \div 6 = 8$, residuo 3

$$\begin{array}{ccccccccccccccccccc} 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & \ldots\ldots\ldots & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 & & & & & -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 \end{array} = \dot{7} + r$$

$\Sigma = -18$ $\Sigma = -18$

Se cumple: $6 + 6 + 1 + (-18)8 = \dot{7} + r \longrightarrow 13 - 144 = \dot{7} + r$

$(\dot{7} + 6) - (\dot{7} + 4) = \dot{7} + r \longrightarrow \dot{7} + 2 = \dot{7} + r \longrightarrow r = 2$

Clave: B

PROBLEMAS

5. Al dividir el número $\overline{abc}$ entre (a + b + c) dá un cociente de 44, y 17 de residuo. Hallar $\overline{abc}$. Dar como respuesta a x b x c.

A) 345 **B) 350** **C) 355**

D) 360 **E) 365**

Resolución

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & a+b+c \\ \cline{2-2} 17 & 44 \end{array} \longrightarrow \overline{abc} = 44\,(a+b+c) + 17 \quad \ldots\ldots (1)$$

Todo a $\dot{9}$

$$\dot{9} + a + b + c = (\dot{9} + 8)\,(a+b+c) + \dot{9} - 1$$

$$\dot{9} + 1 = 7\,(a+b+c) \longrightarrow a+b+c = 4\,;\,13\,;\,22$$

Observación: $a+b+c > 17 \longrightarrow a+b+c = 22$

En (1) $\overline{abc} = 44\,(22) + 17 \longrightarrow \overline{abc} = 985$

$$a\,.\,b\,.\,c = 9\,.\,8\,.\,5 = 360$$

Clave: D

6. Si se cumple:

$$\overline{abcd} = \overset{\bullet}{23} \; ; \; \overline{cdab} = \overset{\bullet}{11} \; ; \; \overline{bacd} = \overset{\bullet}{9}$$

Además $a \neq b \neq c \neq d$. Calcular a . b . c . d

A) 128 **B) 136** **C) 144**

D) 120 **E) 140**

Resolución

$\overline{abcd} = \overset{\bullet}{23} \longrightarrow \overline{abcd} = \overset{\bullet}{23}$

$\overline{cdab} = \overset{\bullet}{11} \longrightarrow \overline{abcd} = \overset{\bullet}{11}$

$\overline{bacd} = \overset{\bullet}{9} \longrightarrow \overline{abcd} = \overset{\bullet}{9}$

a $\neq b \neq c \neq d$

Se cumple: $\overline{abcd} = \overset{\bullet}{\overline{MCM(23; 11; 9)}}$

$\overline{abcd} = \overset{\bullet}{2277} \longrightarrow \overline{abcd} = 2277\text{ k}$

$\overline{abcd} = 2277 \; ; \; 4554 \; ; \; 6831 \; ; \; 9108$

Luego: $\overline{abcd} = 6831$

$a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = 6 \,.\, 8 \,.\, 3.1 = 144$

Clave: c

7. Si: $\overline{8a8b62}_{(12)} = \overset{\circ}{143}$

Calcule el número de soluciones

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 6**

Resolución

$$\overline{8\quad a\quad 8\quad b\quad 6\quad 2}_{(12)} = \overset{\circ}{143}$$

$$\begin{matrix} 12 & 1 & 12 & 1 & 12 & 1 \end{matrix}$$

x12 x12

$$96 + a + 96 + b + 72 + 2 = \overset{\circ}{143}$$

$$a + b + 266 = \overset{\circ}{143} \longrightarrow a + b + \overset{\circ}{143} + 123 = \overset{\circ}{143}$$

$$a + b + 123 = \overset{\circ}{143} \longrightarrow a + b = 20$$

a	b
11	9
10	10
9	11

3 soluciones

Clave: c

8. Si en número $\overline{mnppnm}_{(12)}$ es divisible entre 7 y "m´´ es mayor que "p''. Hallar el residuo que se obtiene al dividir el número $\overline{pmpm\ldots pmpm}_{(12)}$ de 400 cifras entre 13.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 5

Resolución

$$\overline{\underset{-4}{m}\ \underset{-5}{n}\ \underset{-1}{p}\ \underset{4}{p}\ \underset{5}{n}\ \underset{1}{m}}_{(12)} = \dot{7}$$

x12 x12 x12 x12 x12

$$-4m - 5n - p + 4p + 5n + m = \dot{7}$$

$$-3m + 3p = \dot{7} \longrightarrow -3(m-p) = \dot{7}$$

$$m - p = \dot{7} \longrightarrow m - p = 7$$

$$\underbrace{\overline{\underset{-}{p}\ \underset{+}{m}\ \underset{-}{p}\ \underset{+}{m}\ \ldots\ldots \underset{-}{p}\ \underset{+}{m}\ \underset{-}{p}\ \underset{+}{m}}_{(12)}}_{400\ cfs} = 1\dot{3} + r$$

$$200m - 200p = 1\dot{3} + r$$

$$200(m-p) = 1\dot{3} + r$$

$$(1\dot{3} + 5)7 = 1\dot{3} + r$$

$$1\dot{3} + 9 = 1\dot{3} + r \longrightarrow r = 9$$

Clave: D

9. Para que el número N = $\overline{abcbac}$ sea divisible por 17 y también debe ser divisible por 17, la expresión:

A) a + b + c

B) 2b + 2c - a

C) a + 2c – 2b

D) a + 3b + 2c

E) a + 2b - 3c

Resolución

$$\overline{a\quad b\quad c\quad b\quad a\quad c} = \dot{17}$$

6 4 14 15 10 1

x10 x10 x10 x10 x10

$$6a + 4b + 14c + 15b + 10a + c = \dot{17}$$

$$16a + 19b + 15c = \dot{17} \longrightarrow (\dot{17} - 1)a + (\dot{17} + 2)b + (\dot{17} - 2)c = \dot{17}$$

$$-a + 2b - 2c = \dot{17} \longrightarrow -(a - 2b + 2c) = \dot{17}$$

$$\therefore \quad a - 2b + 2c = \dot{17}$$

Clave: c

PROBLEMAS

10. Si $2^{\overline{UNI}} = \dot{7} - 5$, entonces la suma de las cifras del mayor valor de $\overline{UNI}$ es:

A) 22 **B) 23** **C) 24**

D) 25 **E) 26**

Resolución

Se tiene: $2^{\overline{UNI}} = \dot{7} + 2$

$\mathrm{R.\,P.\,de}\ 2\ ;\ \text{módulo}\ 7$

$$\left.\begin{array}{l} 2^0 = \dot{7} + 1 \\ 2^1 = \dot{7} + 2 \\ 2^2 = \dot{7} + 4 \end{array}\right\} G = 3$$

$$2^3 = \dot{7} + 1$$

Se cumple: $\overline{UNI} = \dot{3} + 1$

Como $\overline{\mathrm{UNI}}$ es máximo

$\overline{\mathrm{UNI}} = 997$

Piden: $\mathrm{U + N + I} = 25$

Clave: D

PROBLEMAS

11. Si el número $577^{\overline{aba}}$ le falta 7 unidades para ser múltiplo de 11, entonces la suma de todos los $\overline{aba}$ que cumplen la condición es:

A) 11 860 B) 11 970 C) 11 980 D) 11 990 E) 12 010

Resolución

$577^{\overline{aba}} + 7 = \dot{11} \longrightarrow 577^{\overline{aba}} = \dot{11} + 4$

RP de 577 respecto al módulo 11

$$\left.\begin{aligned} 577^0 &= \dot{11} + 1 \\ 577^1 &= \dot{11} + 5 \\ 577^2 &= \dot{11} + 3 \\ 577^3 &= \dot{11} + 4 \\ 577^4 &= \dot{11} + 9 \end{aligned}\right] \quad G = 5$$

$$577^5 = \dot{11} + 1$$

1°) Cantidad de #s

$\overline{a\ b\ a} = \dot{5} + 3$

b	a
0	3
1	8
2	
.	
.	
9	

$10\ x\ 2\ = 20\ \#s$

2°) Suma de los #s

$S_U = \frac{20}{2}(3+8) = 110$

$S_D = \frac{20}{10}(0+1+2+\cdots+9) = 90$

$S_c = S_U = 110$

Luego:

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,+ \\ 9\,0\, \\ 1\,1\,0\, \\ \hline \end{array}$$

S = 1 2 0 1 0

Clave: E

12. Si: N = $\dot{5} + 1$ y además:

N = $43^{\overline{ab}^{\overline{ab}^{\overline{ab}}}}$, entonces el menor valor de $\overline{ab}$ es:

A) 10 **B) 11** **C) 12**

D) 16 **E) 20**

Resolución

Se tiene:

$$43^{\overline{ab}^{\overline{ab}^{\overline{ab}}}} = \dot{5} + 1$$

Restos potenciales de 43, respecto al módulo 5

$$\left.\begin{aligned} 43^0 &= \dot{5} + 1 \\ 43^1 &= \dot{5} + 3 \\ 43^2 &= \dot{5} + 4 \\ 43^3 &= \dot{5} + 2 \end{aligned}\right\} G = 4$$

$$43^4 = \dot{5} + 1$$

Se cumple:

$$\overline{ab}^{\overline{ab}^{\overline{ab}}} = \dot{4} \longrightarrow \overline{ab} = \dot{2}$$

$$\therefore \overline{ab}_{min} = 10$$

Clave: A

13. Calcular el máximo valor de $\overline{abc}$, sabiendo que a, b y c son diferentes entre si y que al dividir: $437^{\overline{abc}}$ entre 7 deja como residuo 3.

A) 938 B) 985 C) 984 D) 980 E) 986

Resolución

$\overline{abc}$ es máximo $(a \neq b \neq c)$

$437^{\overline{abc}} = \dot{5} + 3$

R. P. de 437 ; módulo 7

$$
\left.\begin{aligned}
437^0 &= \dot{7} + 1 \\
437^1 &= \dot{7} + 3 \\
437^2 &= \dot{7} + 2 \\
437^3 &= \dot{7} + 6 \\
437^4 &= \dot{7} + 4 \\
437^5 &= \dot{7} + 5
\end{aligned}\right\} G = 6
$$

$$437^6 = \dot{7} + 1$$

Se cumple:

$\overline{abc} = \dot{6} + 1$

$\overline{abc} = 997; 991; 985; \ldots$

Luego:

$\overline{abc} = 985$ **Clave: B**

14. Si: $\overline{abc} = \overset{\circ}{13}$ y $348^{\overline{abc}} = \dot{7} + 6$. Calcular "r" en $\overline{abc}^{\overline{abc}} = \dot{9} + r$; sabiendo que $\overline{abc}$ es lo mayor posible.

A) 0 **B) 1** **C) 3** **D) 5** **E) 7**

Resolución

$\overline{abc} = \overset{\circ}{13}$; $\overline{abc}$ es máximo

$348^{\overline{abc}} = \dot{7} + 6$

R. P. de 437 ; módulo 7

$$\left.\begin{aligned} 437^0 &= \dot{7} + 1 \\ 437^1 &= \dot{7} + 5 \\ 437^2 &= \dot{7} + 4 \\ 437^3 &= \dot{7} + 6 \\ 437^4 &= \dot{7} + 2 \\ 437^5 &= \dot{7} + 3 \end{aligned}\right\} \quad G = 6$$

$$437^6 = \dot{7} + 1$$

Se cumple: $\overline{abc} = \dot{6} + 3$

Luego:

$$\overline{abc} = 985 \left\langle \begin{matrix} \dot{6} + 2 + 36 \\ \overset{\circ}{13} + 39 \end{matrix} \right. \quad \Big\} \quad \overline{abc} = \overset{\circ}{78} + 39$$

$\overline{abc} = 78k + 39 \leq 999 \longrightarrow k \leq 12{,}3$

Para $k = 12 \longrightarrow \overline{abc}_{max} = 975$

Luego: $\overline{abc}^{\overline{abc}} = 975^{975} = \dot{9} + r$; $r = ??$

$\overline{abc}^{\overline{abc}} = (\dot{9} + 3)^{975} = \dot{9} + 3^{975} = \dot{9} + \dot{9}$

$\overline{abc}^{\overline{abc}} = \dot{9} \longrightarrow r = 0$ **Clave: A**

PROBLEMAS

15. Si N = $\overline{ab82}^{\overline{UNI2020}}$; además a + b = 7. Hallar el residuo de dividir 564^{N} entre 7.

A) 0 **B) 1** **C) 2**

D) 3 **E) 4**

Resolución

N = $\overline{ab82}^{\overline{UNI2020}}$; $a+b$ = 7

Sea 564^{N} = $\dot{7}$ + r ; $r = ??$

R. P. de 564 ; módulo 7

$$\left.\begin{aligned} 564^0 &= \dot{7}+1 \\ 564^1 &= \dot{7}+4 \\ 564^2 &= \dot{7}+2 \end{aligned}\right\} G = 3$$

$$564^3 = \dot{7}+1$$

Se cumple:

Como N = $\overline{ab82}^{\overline{UNI2020}}$ = $(\dot{3}+17)^{\overline{UNI2020}}$

N = $(\dot{3}-1)^{\overline{UNI2020}}$ = $\dot{3}$ + 1

Como N= $\dot{3}$ + 1 $\longrightarrow$ $r = 4$

Clave: E

PROBLEMAS

16. Si:

$$\overline{abcd} = \dot{5} + 2 \; ; \; \overline{dabc} = \dot{11} + 7 \; ; \; \overline{bcad} = \dot{9} + 2$$

$\overline{dabc}$ **es mínimo**

Calcular ab + cd

A) 36 **B) 81** **C) 18**

D) 99 **E) 45**

Resolución

$\overline{abcd} = \dot{5} + 2 \longrightarrow d = 2 ; 7$

$\overline{dabc} = \dot{11} + 7 \longrightarrow \overline{dabc} = \dot{11} + 7 \; +22$

$\overline{bcad} = \dot{9} + 2 \longrightarrow \overline{dabc} = \dot{9} + 2 \; +27$

$\overline{dabc}$ es mínimo $\longrightarrow$ d en mínimo

Se cumple: $\overline{dabc} = \dot{99} + 29$

$\overline{da} + \overline{bc} = \dot{99} + 29$

Para $d = 2 \longrightarrow \overline{2a} + \overline{bc} = \dot{99} + 29$

$a + \overline{bc} = \dot{99} + 9$

$a + \overline{bc} = 108$

$a = 9 ; \overline{bc} = 99 \longrightarrow b = 9 ; c = 9$

Piden:

a.b + c.d = 9.9 + 9.2 = 99

Clave: D

17. Determinar un numeral palíndromo de cuatro cifras, tal que al ser dividido entre 63 deja como residuo 2. Dar como respuesta el residuo de dividir dicho numeral entre 13.

A) 12 **B) 1** **C) 5**

D) 4 **E) 10**

Resolución

Sea el numeral $\overline{abba}$

Dato: $\overline{abba} = \dot{63} + 2 \begin{cases} \dot{9} + 2 \\ \dot{7} + 2 \end{cases}$

1°) Por 9: $2(a + b) = \dot{9} + 2 \longrightarrow a + b = \dot{9} + 1 \quad \ldots (1)$

2°) Por 7: $\overline{a \quad b \quad b \quad a} = \dot{7} + 2 \longrightarrow 5b = \dot{7} + 2$

$-1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \longleftarrow$

$b = 6$

En (1) $a + 6 = \dot{9} + 1 \longrightarrow a + 5 = \dot{9} \longrightarrow a = 4$

Luego: $\overline{abba} = 4664 = \dot{13} + 10 \longrightarrow r = 10$

Clave: E

PROBLEMAS

18. ¿Cuántos números capicúas de 7 cifras $\dot{37}$ existen, tal que al expresarlos en los sistemas binario y quinario sus últimas cifras son 001 y 23 respectivamente:

A) 2 **B) 3** **C) 4** **D) 5** **E) 6**

Resolución

Sea el capicua: $\overline{abcdcba}$

$\overline{abcdcba} = \dot{37}$ ....(1)

$\overline{abcdcba} = \begin{cases} ...001_{(2)} = \dot{8} + 1 \\ ....23_{(5)} = \dot{25} + 13 \end{cases}$

Obs: $\overline{cba} = \dot{8} + 1 = \dot{4} + 1$

$\overline{ba} = \dot{25} + 13$

Observación: $\overline{ba} = 13 \longrightarrow$ b = 1; a = 3

$\overline{c\ 1\ 3} = \dot{8} + 1 \longrightarrow 4c + 2 + 3 = \dot{8} + 1$

$4\quad 2\quad 1 \longleftarrow$

$4c + 4 = \dot{8} \longrightarrow c + 1 = \dot{2} \longrightarrow$ c es impar

En (1):

$\overline{31cdc13} = \dot{37}$

$3 + \overline{1cd} + \overline{c13} = \dot{37}$

$110c + d + 116 = \dot{37}$

$-c + d + 5 = \dot{37}$

$-c + d + 5 = 0$

c	d
9	4
7	2
5	0

3 soluciones

Clave: B

PROBLEMAS

19. Si: $\overline{\boldsymbol{ab}}! = \overline{(\boldsymbol{2b})\boldsymbol{c}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{2})\boldsymbol{dda}(\boldsymbol{3b})\boldsymbol{dd}}$

Calcule: a + b + c

A) 6 **B) 11** **C) 10**

D) 13 **E) 6**

Resolución

$$\overline{ab}! = \overline{(2b)c(c+2)dda(3b)dd}$$

$$\text{Observación:}\quad d = 0\ ;\ b = 2$$

$$\overline{a2}! = \overline{4\,c(c+2)0\,0\,a\,6\,0\,0} \longrightarrow \mathrm{a} = 1$$

$$12! = \overline{4\,c(c+2)0\,0\,1\,6\,0\,0} = \dot{9} \longrightarrow 2c + 13 = \dot{9}$$

$$c = 7$$

$$\therefore\quad a + b + c = 10$$

Clave: C

20. ¿Cuántos valores puede tomar $\overline{ab}$ sabiendo que $\overline{ab}^{\overline{ab}} = \dot{4} + 1$?

A) 18 **B) 20** **C) 22**

D) 24 **E) 26**

Resolución

$$\overline{ab}^{\overline{ab}} = \dot{4} + 1$$

Posibilidades: $\overline{ab} = \begin{cases} \dot{4} + 1 \\ \dot{4} + 3 \end{cases}$

Si $\overline{ab} = \dot{4} + 1 \longrightarrow \overline{ab} = 13 ; 17 ; 21 ; \ldots ; 97 \longrightarrow$ 22 valores

Si $\overline{ab} = \dot{4} + 3 \longrightarrow (\dot{4} + 3)^{\overline{ab}} = \dot{4} + 1 \longrightarrow \overline{ab}$ debe ser par (no hay solución)

$\therefore \overline{ab}$ toma 22 valores

Clave: C

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS